

# 東北大学

Tohoku University

## アマチュア無線部

Amateur Radio Club

東北大学  
祭記念号

Vol.5

# 目次 Contents

---

- 02-アマチュア無線とはなんなのか？@K2
- 07-フィールドデーコンテストの報告@部員 K
- 16-八木・宇田アンテナの歴史を探る@富沢いずみ
- 23-八木・宇田アンテナについて@リー
- 31-無線機と発振器@部員 M
- 38-ハミング符号の訂正能力をシミュレーションで見  
てみた@JP7VTF
- 編集後記

## **東北大学アマチュア無線部とは？**

東北大学の在学生からなる、アマチュア無線の運用や大会の運用、電子工作などを行っている学友会の部活動です。川内と片平の2キャンパスで活動しています。

## **当部誌について**

昨年度、コロナ禍の中で活動が制限される中で部員の研究・活動成果を共有するため刊行を始め皆様のご愛読もあって今回が第五号！バックナンバーは当部の公式HPで絶賛公開中です。ぜひそちらも同時にご覧下さい！！

# アマチュア無線とはなんなのか？

K2

## はじめに

そもそもアマチュア無線とはなんなのかということを書くに当たって、どんな立場の人が本稿を書いているのかを示すために私自身の自己紹介をさせていただきます。私はアマチュア無線について何も知らないままアマチュア無線部に入部し、入部がつい最近だったため、まだアマチュア無線の免許を手に入れておらず、本格的な活動ができていない素人です。そのため、アマチュア無線に関する知識は本稿を読んでいる方と同じくらい、もしくは人によっては読んでいるの方が詳しいかもしれません。今回はそんな素人から見たアマチュア無線について書きたいと思います。

## 無線とは

アマチュア無線とはなんなのかについて書くに当たって、そもそもアマチュアなど関係なく無線とはどういったものなのでしょう。IBS Japanによると、無線とは無線通信のことであり、有線ケーブルを使わずに無線媒体を使って電気信号を伝えることです。この無線媒体とは音波や超音波、電磁波のことを指します。

この無線は身の回りではテレビやラジオの放送、無線 LAN、携帯電話や船舶、航空無線、その他に GPS や電波時計など様々な用途に使われています。

## アマチュア無線とは

いよいよ本題のアマチュア無線とはなんなのかについて書きたいと思います。簡単に書くと、アマチュア無線とは個人で無線による活動を行うことです。日本アマチュア無線連盟によると、日本でアマチュア無線が始まったのは大正時代のことで、太平洋戦争の時に、一時的に停止し、終戦後に再開したということで、思ったよりも歴史が古いものだということがわかります。

また、自己紹介で書いた通り、アマチュア無線を行うには免許が必要です。アマチュア無線を行うに当たって、電波を使用するため、電波法令に基づく無線従事者国家試験を受け、免許を取ることでアマチュア無線の活動を行うことができます。その免許の問題集は小さめの原付免許問題集と大体同じくらいです。



図 1.アマチュア無線 3 級の問題集

次に実際アマチュア無線をすることでどんなことができるのかを書きたいと思います。

まず 1 つめにアマチュア無線をすることで、知らない人とつながることができるということがあります。今の世の中では SNS などを用いて知らない人とつながることは以前と比べて簡単になり、抵抗も少なくなっています。一方で、知らない人と電話などでつながることはまだ少し抵抗があるという人もいます。この点、アマチュア無線では知らない人とリアルタイムで音声によって話ができる上、電話のように何度もかけ直されるなどの粘着行為につながらないという利点があります。

2 つめに海外の人ともアマチュア無線を通じてつながることもできます。海外の人と無線をする場合にはそれ相応の準備は必要ではありますが、つながることができます。アマチュア無線部には海外と交信をした記念となるカードが何枚もあるため、興味を持った人は是非来てください。

3 つめにコンテストを楽しむという楽しみ方もあります。コンテストでは期間中にどれだけ多くの人と交信できたかなどの数を競うなどのものがあります。これらのコンテストにアマチュア無線部は参加したりしているので、コンテストに興味がある人も是非アマチュア無線部に来てください。

## 終わりに

アマチュア無線部に入部したての知識が少ない状態で、アマチュア無線について簡単に書きましたが、本稿を読んでアマチュア無線に興味を少しでも持った方がいらっしゃったならば、アマチュア無線部に入部して私と一緒にアマチュア無線について学び、活動してみませんか？いつでも見学大歓迎です！！

## 参考文献

[1]IBS Japan,“製品・技術情報”, “<https://www.ibsjapan.co.jp/tech/details/elementary-electric-wave/eewave-01.html>”,2021/10/19 閲覧

[2]日本アマチュア無線連盟,“概要・組織”,“[https://www.jarl.org/Japanese/4\\_jarl/Soshiki.htm](https://www.jarl.org/Japanese/4_jarl/Soshiki.htm)”,2021/10/19 閲覧

[3]日本アマチュア無線連盟,“アマチュア無線の醍醐味を知るジャンル別楽しみ方コレクション”,“[https://www.jarl.org/Japanese/6\\_Hajimeyo/6-1-1.htm](https://www.jarl.org/Japanese/6_Hajimeyo/6-1-1.htm)” 2021/10/19 閲覧

# フィールドデーコンテストの報告

部員 K

## はじめに

JA7YAA 東北大学学友会アマチュア無線部は、2021 年 8 月 7 日から 8 日に開催されたフィールドデーコンテストに、宮城県と山形県の県境の宝栄牧場へ移動して参加しました。本記事ではその様子をご報告させていただければと思います。

東北大学も感染症の影響で、対面での活動が制限されました。特に 2020 年度はほとんど対面での活動ができなかったため、移動でのコンテスト参加もできませんでした。そのため、今回のフィールドデーコンテストは 2019 年度ぶりの移動でのコンテスト参加でした。前回の移動運用は筆者が学部 1 年のときであり記憶もほとんどなく記録と微かな記憶をもとに準備を行い参加しました。なお東北大学では感染症の流行後、各種大会の遠征などを行う際には、計画書を提出することを義務付けています。今回のコンテストも計画書を提出し、承認を受けたくうえで参加しています。

本稿では、事前準備、当日の様子、反省点の 3 点にわけて、コンテストのご報告をさせていただきたいと思います。

## 事前準備

事前に、過去の移動運用の資料も参考にしながら、持ち物リストを作成して使用予定のアンテナやポール基台の設営練習、発電機・無線機の動作確認を行いました。その様子をご紹介します。

下の写真のような感じで、発電機を作動させてアンテナの設営練習を行いました。長期間使用していなかったため、きちんと作動するか組み立て方法を覚えているか不安ではありましたが、事前に動作確認ができたので安心しました。また、事前に行程表も作成して当日のスケジュールに参加する部員間で共有しました。



図 1. 発電機の動作確認の様子





図 2. アンテナの設営練習の様子

## 当日の様子

はじめに、フィールドデーの初日（土曜日）に行ったことについて触れます。

午前中に部室に集合し、持っていく物品の確認を行い 2 日分の食事の購入もしました。

また、テープ類やケーブル類などに足りないものがあつたため、ホームセンターや部品屋へ買い出しに行きました。また積み込みのために持っていく物品を部室の外へ全て出しました。



図 3.外に出した物品の様子

弊部では、移動運用の際はレンタカーを借りて移動しています。16:00 頃にレンタカーを借りて、積み込みを行いました。16:30 より前に出発しました。



図 4.積み込みの様子

途中、発電機を作動させるためのガソリンをガソリン缶に給油して目的地に向かいました。



図 5.現地に到着したときの様子



図 6.宝栄牧場からの風景

18:30 頃に目的地の宝栄牧場に到着しました。非常に自然豊かな場所でした。

到着後に設営を行いました。設営したアンテナは3つです。

**1) 7MHz ダイポール**

**2) 3.5MHz ダイポール**

**3) X7000 (144,430,1200MHz の GP アンテナ)**

ポールは、ポール用の基台をレンタカーのタイヤに踏ませて、ポールを設営しています。ステーの設営も行いました。なお、初日は暗くなってきたので下の写真は日曜日に撮影したものです。



図 7. 設営したアンテナの様子

アンテナの設置後、発電機を稼働させ運用を開始させました。運用を始めるころにはもう 22 時を回っており相当設営に時間がかかりました。もう少し早く来るべきだったとも少し後悔しました。土曜の夜は、3.5MHz や V/U 帯を中心に運用しました。

次に、日曜日の様子についてまとめます。日曜日も朝から運用を行いましたが、ハブニングが起き早々に撤収することになります。筆者の頭にハチかアブのような生き物が止まっていることを一緒に来た部員が発見しました。その後、その生物が大量発生しました。おそらく、発電機による二酸化炭素濃度の上昇に反応したものだと思われます。追いかけてまわされ、車内にも入られ、非常に危険極まり

ない状況だったため、日曜日はあまり運用できないまま撤収に入りました。



図 8.大量発生した生物



図 9.撤収後の様子

その後、部室まで帰り、荷下ろしを行い、レンタカーを返却しました。

## 反省点、良かった点

では最後に反省点をいくつかまとめたいと思います。

まず、設営位置が電線に近く干渉しそうだったことです。ノイズが多かったのも電線が原因かもしれないと思ったため、設営位置は設営前にしっかり検討することが重要だと思いました。

2点目として設営作業についてのことです。各自、懐中電灯やヘッドライトは持参していましたが、その明かりであっても夜の作業はやりづらかったため投光器は絶対必要であり、できれば設営作業は昼間に行うようにスケジュールを調整すべきだと思いました。

3点目として虫対策についてです。夏の山での運用は虫が発生しやすいと伺っており、今回はハチやアブが発生しましたが、当然ハチだけでなく蚊や蛾などの対策も考えていくべきだったと思いました。

次に飲料についてです。2日間のコンテストを乗り越えるのに、3.5Lの飲料を持参しましたが全て飲み干してしまいました。多すぎるかなというくらいの飲料が必要だったと思いました。

一方よかった点としては、事前準備を行ったことがあります。事前準備を行ったことで当日はスムーズに設営することができました。また、不足していた物品などもなく事前の物品確認は移動運用に必須だと思いました。

## まとめ

久しぶりの移動運用で虫が大量発生するというハプニングが発生し、波乱な移動運用でしたが、そのことも含めて楽しむことができたかなあと考えています。長期間行っていなかった移動運用の記憶を復活させることが出来たためよかったです。

今後も積極的にコンテストに参加していきたいと思いますので、アマチュア無線家の皆様におかれましてはお空の上でお会いできることを楽しみにしています。

# 八木・宇田アンテナの歴史を探る

富沢 いずみ

## 1.はじめに

何気なく、窓を開け家並みを眺める。そこに並ぶ屋根の色や形は様々であってもそこから生えているアンテナの多くは同じ図 1 のようなアンテナ、八木・宇田アンテナであろう。皆さんがアンテナと聞いて想像するのもおそらくはこのアンテナであろう。本稿ではそんな八木・宇田アンテナの開発と活用の歴史を紹介し、この発明が如何に社会に大きな影響を与え、私達の暮らしに役立っているかを取り上げようと思う。なお本号では別記事として八木・宇田アンテナの原理について解説した記事も掲載しているのでそちらも同時にご覧いただけたらと思う。



図 10.アマチュア無線部片平部室前の八木・宇田アンテナ



## 2.八木・宇田アンテナの誕生

八木・宇田アンテナの誕生のきっかけとなったのは1924年、東北帝国大学工学部の西村雄二氏の卒業研究であった。彼は八木秀次教授の指導のもと、電磁波中でコイル近傍の電磁波強度を高周波電流値によって測定していた。この時の高周波電流の観測から、八木教授は電磁波の来る方向において金属棒の長さにより電流が変化することを発見。これを1925年の電気学会誌に論文発表した。この発見を元にして同じく東北帝国大学の大学院生宇田新太郎氏が「短波長ビームについて」と題した論文を発表。この後も八木教授、宇田講師による研究と報告が続き、八木教授は「電波指向方式」として特許を1925年12月に出願、そして現在の指向性アンテナの考えが1926年1月に八木・宇田両名の連名により帝国学士院記事に英字論文として発表された。またこの後八木教授はイギリスでも特許を取得している。近年までは八木教授の「八木」の名前の方がよく知られていたが、その要因は前述した特許申請時に八木教授単独で申請されたことがあった点が挙げられる。一方で宇田氏単独の論文や八木・宇田両氏の連名での論文が知られていたこともあり、一部では宇田氏の功績についても語り継がれ現在では両者の名前を取って「八木・宇田アンテナ」と呼ばれるようになりつつある。このアンテナの開発について宇田氏が「原理は間違いなく、すべて八木先生、しかし実験はほとんど僕がやった」と述べたこともあるように両氏の功績

によって誕生し、全国・全世界に広がることになる。

## 2.戦前～戦中の八木・宇田アンテナ

前述した八木・宇田両氏によって誕生した八木・宇田アンテナは様々な歴史を辿ることになる。まず戦前における八木・宇田アンテナの開発であるがこれを主導したのは宇田氏である。彼は実用化を目指して 1929 年には仙台から松島間の通信試験を、1932 年には山形県の酒田から飛島間 40Km の超短波通信試験に成功した。しかし、日本ではこの時代に重要視されていた軍事用途での使用は諸外国の後塵を拝することとなる。それは技術的な面に加え日本軍におけるレーダー開発自体の遅れも影響している。

では、次に海外での八木・宇田アンテナの使用について見ていくことにする。海外、特に英米では八木・宇田アンテナの指向性を生かしたレーダー開発を積極的に行っており、日本軍より先に軍事利用が行われていた。それをよく示す逸話として語られるのがシンガポール占領時に英国軍から押収したレーダー及び資料の中に八木・宇田アンテナの記載があったものの、それを日本軍は知らなかったという「ニューマン文書」についてである。これについてはイギリス人伍長ニューマンの所持していたレーダーの操作法について記したニューマンノート及び八木・宇田アンテナを使用していた探照灯制御用レーダ (SLC レーダ) についての文書「ニューマン文書」の両者が存在していたとされている。なおこの逸話

は雑誌「無線と実験」にシンガポールで鹵獲したイギリス軍のラジオロケータを紹介した記事により有名になったが、該当誌に掲載されたレーダーには八木・宇田アンテナが利用されていないなど、ニューマン文書共々研究が必要な点も存在すると考える。

とにかく日本軍においてもこの発見後、八木・宇田アンテナを利用したレーダー等の開発が行われ、戦闘機等への搭載が行われたがそれは遅きに失した。

また英米については八木・宇田アンテナの特性の弱点であった後方への電波発射問題（バックローブ問題）により初期は電波発射源の秘匿の必要から対空レーダーや固定航空機銃照準レーダー等に運用が限られていた。その後、反射機としての小型パラボラアンテナの開発も行われ夜間戦闘機などに搭載、大きな成果を上げた。また広島、長崎に投下された原子爆弾においても八木・宇田アンテナが装着されており、爆弾の高度測定に用いられていたことも知られている。



図 2.広島に投下された原子爆弾と八木・宇田アンテナ

([https://www.jstage.jst.go.jp/article/bplus/10/3/10\\_212b/\\_pdf](https://www.jstage.jst.go.jp/article/bplus/10/3/10_212b/_pdf) 一部加

工)

### 3.戦後の八木・宇田アンテナ

戦後、公職追放を受けていた八木氏であったものの、日本アマチュア無線連盟会長に就任し日本のアマチュア無線再開に貢献した。その後来るテレビ時代に向けて昭和 27 年(1952 年)1 月にアンテナの製造販売を行う会社として八木アンテナ株式会社を設立し、八木・宇田アンテナの普及を図った。

テレビ放送の普及とともに高い受信感度と安価な価格を武器に八木・宇田アンテナは全国の家屋の屋根に広がり、地上デジタル放送に切り替わった現在でも高い普及率を誇っている。



図 3 八木・宇田アンテナのチラシ

([https://www.hitachi-kokusai.co.jp/hyses/service/antenna/yagi/image/yagi\\_03.jpg](https://www.hitachi-kokusai.co.jp/hyses/service/antenna/yagi/image/yagi_03.jpg))

## 4.まとめ

我らが東北大学の偉大な先輩である八木秀次氏、宇田新太郎氏の両氏によって生まれた八木・宇田アンテナは長い歴史の中で開発、応用が進められ現在でも多くの利用がなされている。身近で特徴的な形を持つアンテナである八木・宇田アンテナを見つけたときはこの歴史を感じてみてはいかがだろうか。

## 5.参考文献

[1] 西澤潤一, “八木秀次先生とアンテナの発明”, “[https://www.jstage.jst.go.jp/article/ieejjournal1994/119/5/119\\_5\\_304/\\_pdf/-char/ja](https://www.jstage.jst.go.jp/article/ieejjournal1994/119/5/119_5_304/_pdf/-char/ja)”, 2021/10/12 閲覧

[2] Wikipedia “八木・宇田アンテナ”, “<https://ja.wikipedia.org/wiki/%E5%85%AB%E6%9C%A8%E3%83%BB%E5%AE%87%E7%94%B0%E3%82%A2%E3%83%B3%E3%83%86%E3%83%8A>”, 2021/10/12 閲覧

[3] 河村豊, “戦時期日本のレーダー開発に関する最近の調査開発動向”  
“<https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjZuc3FmtbzAhUQfnAKHWbjCa44FBAWegQIChAB&url=>

[https://researchmap.jp/read0111947/published\\_papers/22556085/attachment\\_file.pdf&usg=AOvVaw19R4PbzvFzZI9Eiix7d0vO](https://researchmap.jp/read0111947/published_papers/22556085/attachment_file.pdf&usg=AOvVaw19R4PbzvFzZI9Eiix7d0vO)”, 2021/10/12 閲覧

[4] 平野拓一,“通信が見える一枚の写真 原爆に使われた高度計用アンテナ”,  
[https://www.jstage.jst.go.jp/article/bplus/10/3/10\\_212b/\\_pdf](https://www.jstage.jst.go.jp/article/bplus/10/3/10_212b/_pdf)”

[5] “1月28日八木アンテナの発明者八木秀次氏生誕日 YAGI ANTENNA”  
“<http://prc77.livedoor.blog/archives/5636228.html>”,2021/10/12 閲覧

# 八木・宇田アンテナについて

リー

## はじめに

八木・宇田アンテナをご存知でしょうか。また、こういった形状のアンテナがご存知ですか。恐らく多くの方は魚の骨のようなアンテナを想像できたのではないのでしょうか。このようにアンテナの代名詞のような存在であり、割と身近に存在しているのがこの八木・宇田アンテナです。しかし、その原理は全く分からないという人も多いと思います。ですので、この記事では八木・宇田アンテナの原理について簡単に説明していきたいと思います。

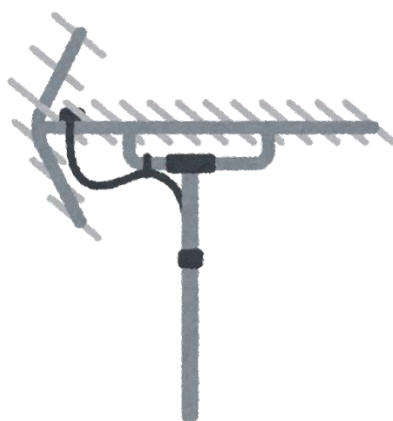


図 1.八木・宇田アンテナ

(出典:イラストや「テレビのアンテナのイラスト」)

[http://www.irasutoya.com/2020/02/blog-post\\_86.html](http://www.irasutoya.com/2020/02/blog-post_86.html)

## 八木・宇田アンテナの構造

八木・宇田アンテナといえば多くの金属棒(導体棒)で構成されている印象があるとは思いますが、実は細かく分けてみると3つの素子だけで成り立っています。その素子とは、給電点(放射器、半波長ダイポールアンテナ)・導波器・反射器の3つになります。こうして分けてみると導体棒の殆どが導波器なのは驚きですね。次のセクションではそれぞれについて詳しく説明します。

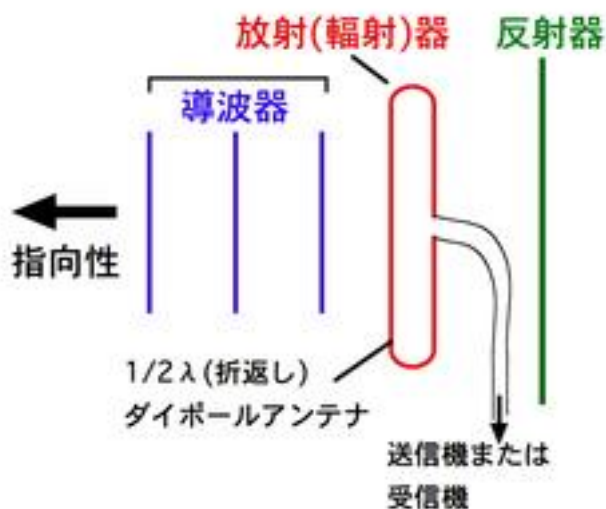


図 2.八木・宇田アンテナの構造

(出典：ウィキペディア「八木宇田アンテナイラスト.png」)

<https://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%83%95%E3%82%A1%E3%82%A4%E3%83%AB:%E5%85%AB%E6%9C%A8%E5%AE%87%E7%94%B0%E3%82%A2%E3%83%B3%E3%83%86%E3%83%8A%E3%82%A4%E3%83%A9%E3%82%B9%E3>



%83%88.png)

## 半波長ダイポールアンテナ

ここでは、八木・宇田アンテナのメイン部分である半波長ダイポールアンテナについて説明していきます。半波長ダイポールアンテナとは、送信したい波長の半分の長さの導体棒に電流を流すことで、電波の送受信を行う最も基本的なアンテナです。これだけではわかりにくいと思うので、簡単に説明していきます。アンテナとなる導体棒部分に倍の長さの波長の電流を流すことを考えて下さい。すると、次の下の図のように電流は共振して定在波となります。

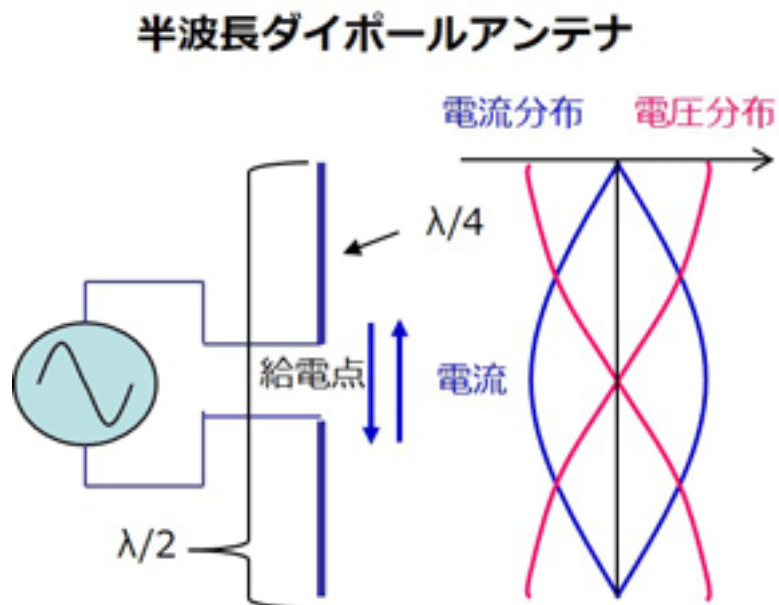


図 3.半波長ダイポールアンテナ

(出典 : Tech Web「電波の送信と受信:アンテナと基本回路」)

<https://techweb.rohm.co.jp/iot/knowledge/iot01/s-iot01/01-s-iot01/1932>

この定在波というのは非常に安定した波であり、この定在波によって磁界が発生します。さらにこの磁界から電界が発生し…1を繰り返すことによって電波が発生させます。これがダイポールアンテナの原理になります。

受信の時も同じような動作をします。送信した時と同じ波長の電波がやってきた時にこのアンテナ部分に電流が流れます。この電流から情報を読み取ってあげることで受信を行います。なお、この導体棒と水平方向で振動している波だけしか送信できませんし、受信もできません。なので、どの八木・宇田アンテナを見ても同じ形をしているのです。また、作成するのにも非常に簡単なアンテナなので作成してみても面白いかもしれません。

しかし、この半波長ダイポールアンテナには利得(ゲイン)と指向性の面で大きな問題があります。他のアンテナと比べると消費電力が大きく、全方向に電波を放射するなど無駄が多いのです。なので、それを解決するための方法として導波器と反射器を取り付けています。

---

1 真空中のマクスウェル方程式から波動方程式を導出することで理解できます。一応、これが電波の伝搬する原理となります。

## 反射器と導波器

反射器と導波器が実際にどう働いているのかを説明していきます。まずは、反射器や導波器は電流が流れることを説明します。ダイポールアンテナの受信の説明の時に電波がやってくると電流が流れると説明しました。このように電圧がかかってなくても電流が流れるのです。これを式で説明します。

導体棒のインピーダンス  $Z_0$  とすると、 $Z_0=R+jX$  と書けます。(R:抵抗、X:リアクタンス、j:虚数単位)

このように、抵抗成分だけでなくリアクタンス成分も持つため、近くに電流が流れるとコイルのように相互インピーダンス  $Z_{12}$  を持ちます。よって棒 1 と棒 2 の電圧と電流の回路の式を立てると、

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ 0 = Z_{12}I_1 = Z_{22}I_2 \end{cases} \quad (1)$$

となります。これによって、電圧のかかっていない方にも電流が誘起されることが確認されました。

次に、反射器の誘導性と導波器の容量性の説明をします。まず、給電点のように長さを半波長とすると、供給電力最大の法則<sup>2</sup>によりリアクタンス成分が 0 (共振する)ことが分かります。

---

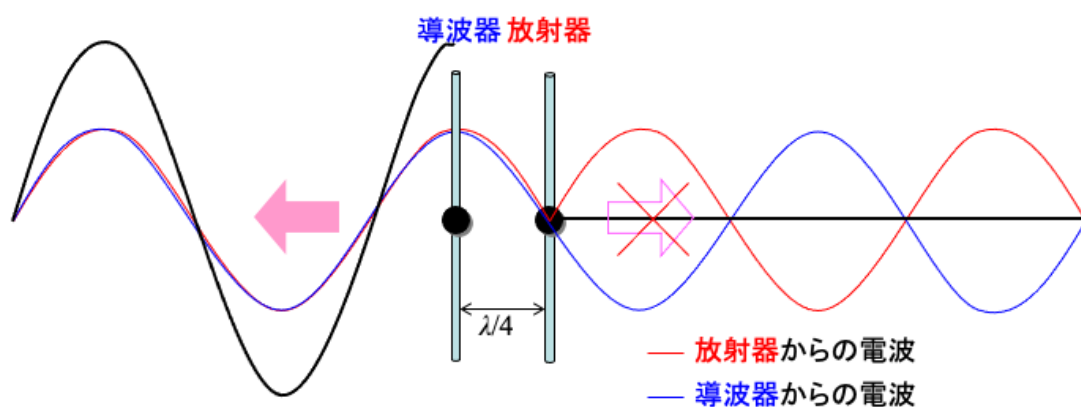
<sup>2</sup> インピーダンス整合とも言います。異なる物質間、素子間に起こる電磁波の反射を抑制するためにを行います。

そこで、反射器のように給電点よりも長さをやや長くするとどうなるかを考えます。

反射器も抵抗成分とリアクタンス成分の両方を持ちます。この反射器は給電点よりも長さが長いことためリアクタンス成分の値が  $X > 0$  となることが分かります。これによりコイルのように誘導性を持つことが確認できました。

導波器も同様に給電点よりもやや短いことから、 $X < 0$  となるためコンデンサとして働くことが確認できました。

この誘導性や容量性がなぜ大切かと言いますと、コイルは位相が $\frac{\pi}{2}$ 遅れ、コンデンサは位相が $\frac{\pi}{2}$ 進むためです。これによって給電点から丁度  $1/4$  波長離れたところでコイルやコンデンサの波長と重なるようになります。これで反射器は波を反射させたような形になり、導波器は波を誘導する性質を持ちます。



3 正確には抵抗成分が 0 ではない。そのため、正確に位相が $\frac{\pi}{2}$ ずれるわけではないので  $1/4$  波長から多少なりともずれると予想できます。

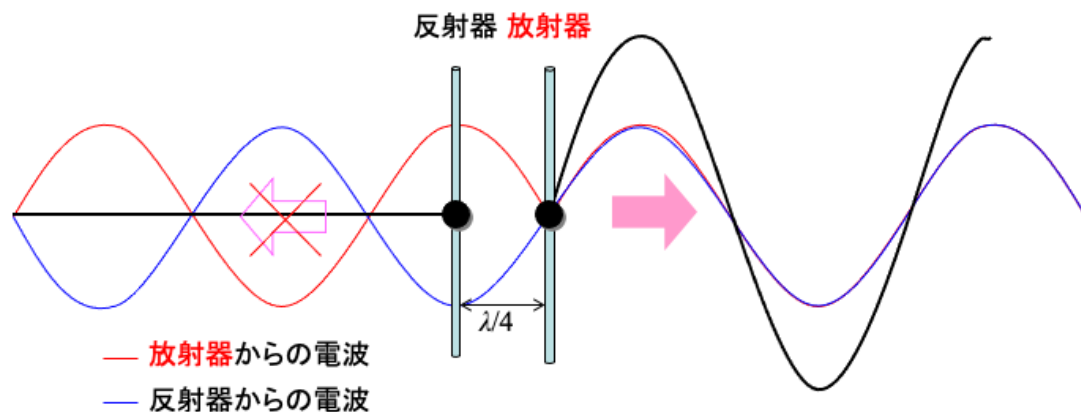


図 4.反射器と導波器の原理

(出典:山田博仁「点電荷による電磁波の放射」

<http://www.ecei.tohoku.ac.jp/yamada/Lecture/yamada/Denjiki2011/Denjiki8-11.ppt>)

このようにすることによって非常に効率の良い電力運用をすることができ、受信用としては電波塔のある部分の電波だけを受信できる効率の良い指向性アンテナを実現することができます。

## 終わりに

いかがでしたでしょうか。これで八木・宇田アンテナについての基本事項～原理まで詳しくわかったとだけいただければ幸いです。また今回は、原理を簡単に説明するために詳しいゲインの求め方や指向性等についての説明などは省いてしまいました。ですので、この文章に興味を持って下さった方がいたらもっと詳しい本などを読んでみたりして下さいと思います。

## 参考文献

[1] Tech Web,“電波の送信と受信:アンテナと基本回路,”

“[https://techweb.rohm.co.jp/iot/knowledge/iot01/s-iot01/01-s-](https://techweb.rohm.co.jp/iot/knowledge/iot01/s-iot01/01-s-iot01/1932)

[iot01/1932](https://techweb.rohm.co.jp/iot/knowledge/iot01/s-iot01/01-s-iot01/1932),” 2021/10/13 閲覧

[2] 山田博仁,“点電荷による電磁波の放射,” “[http://www.ecei.tohoku.ac.jp](http://www.ecei.tohoku.ac.jp/yamada/Lecture/yamada/Denjiki2011/DDenjiki8-11.ppt)

[/yamada/Lecture/yamada/Denjiki2011/DDenjiki8-11.ppt](http://www.ecei.tohoku.ac.jp/yamada/Lecture/yamada/Denjiki2011/DDenjiki8-11.ppt),” 2021/10/13

閲覧

[3] 無線工学の基礎,” H14年08月期 A-19,”

“[http://www.gxk.jp/elec/musen/1ama/H14/html/H1408A19\\_.html](http://www.gxk.jp/elec/musen/1ama/H14/html/H1408A19_.html),”

2021/10/13 閲覧

[4] JA8RQD/AG7KV,“八木アンテナについて,”

“<https://ameblo.jp/ja8rqd/entry-12597192705.html>,”2021/10/13 閲覧

# 無線機と発振器

部員 M

## 1. 無線機の構成と発振器

発振器の必要性を説明するために、まず無線機の構成について説明する。

無線機の構成は図 1 で表わせ、高周波 (RF) 信号の送受信は 1 つのアンテナで行うが、内部は送受信側で異なる回路を有する。RF 信号を送信側と受信側に分離する物がデュプレクサであり、非常に帯域の狭いフィルタで構成される。

送信側は送信系の回路で生成した信号をミキサで RF 信号にアップコンバートする。その後、ミキサで生じた不要な帯域をバンドパスフィルタ (BPF) で取り除く。この信号は非常に弱く十分な距離を無線で通信することは不可能であるため、電力増幅器 (PA : Power Amplifier) で信号の大きさと電力を増幅する。

受信系ではアンテナから受信した信号を低雑音増幅器 (LNA : Low Noise Amplifier) で S/N を劣化させないように増幅器し BPF で必要な帯域だけ取り出す。その後、ミキサを用いて受信系が処理しやすい低い周波数の信号にダウンコンバートする。周波数変換の例は図 1 中に記載されている。

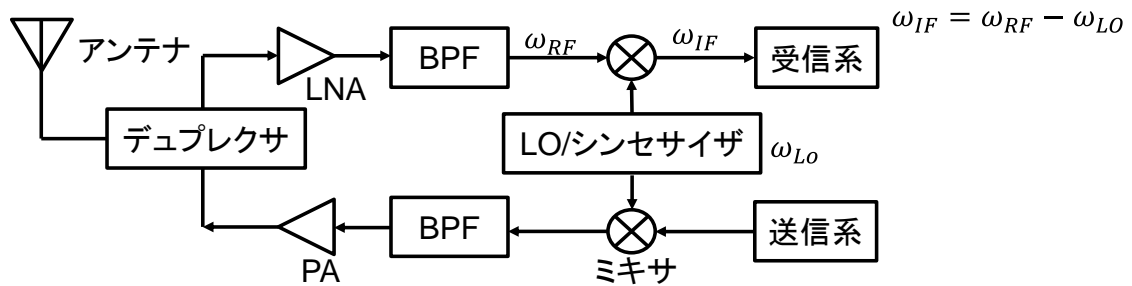


図1 無線機のブロック図

このように送受信系にてミキサを用いて周波数変換が行われる。ミキサは 2 つの信号を乗算することで周波数変換を実現し、周波数変換を行うための基準信号を生成するのが**局部発振器** (LO : Local Oscillator) である。実際の無線通信は図 2 の 2.4GHz 帯 Wi-Fi チャンネルの例のようにチャンネルごとに周波数を少しずつ必要がある。そこで任意チャンネル用の信号を生成可能なものが周波数シンセサイザーであり、その信号源に電圧制御発振器 (VCO) が使用される。

本稿では、無線機のコア要素の一つである発振器、そして電圧制御発振器への応用について述べる。

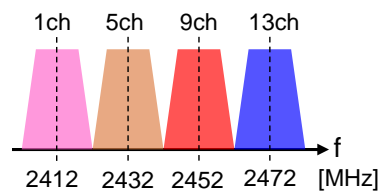


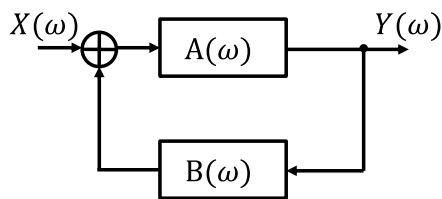
図2 2.4GHz 帯 Wi-Fi チャンネル



## 2.発振器の原理

### 2.1. 発振器の解析モデルの定義

発振器の動作を理解するために図3に示す2つの解析モデルがある。1つが一般的に考えられる図3(a)の帰還型で、出力信号を入力に帰還すること発振させる。その発振条件は伝達関数が発振する時である。もう一つは図3(b)の負性抵抗型で共振器での損失分を能動回路が補い続けることで発振する。そのため、能動回路のインピーダンスは負性抵抗を有しているように見える。実際の解析例を次節で述べる。なお、この呼名が一般的なものかはわからない。

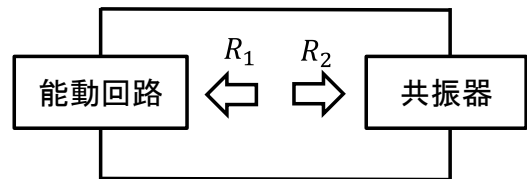


$$\frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{A(\omega)}{1 - A(\omega)B(\omega)}$$

#### 発振条件

$$\begin{aligned} |A(\omega)B(\omega)| &= 1, \\ \angle A(\omega)B(\omega) &= 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

(a) 帰還型発振器



#### 発振条件

$$-R_1 = R_2$$

(b) 負性抵抗発振器

図3 発振器の解析モデルと発振条件

### 2.2. 帰還型発振器

帰還型発振器のRFモデルは図4でおける。等価回路に置き換えてオープンループ解析を行い、入出力電圧の比( $v_2/v_1$ )を求め発振条件を求める。この時の

結果を赤枠内にまとめた。

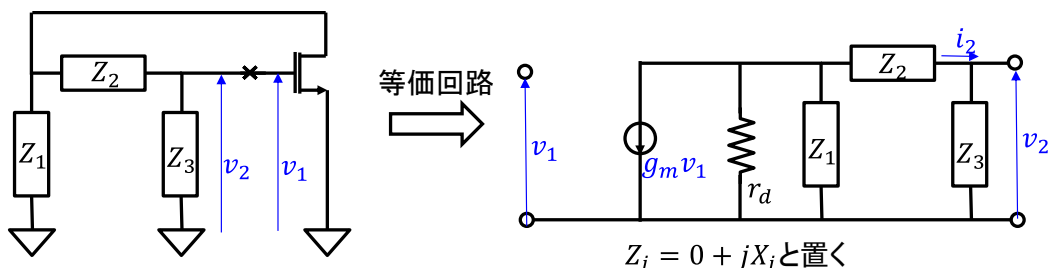


図4 帰還型発振器の解析例

オープンループ

$$v_2 = Z_3 i_2 = -\frac{g_m r_d Z_1 Z_3}{r_d Z_1 + (Z_2 + Z_3)(r_d + Z_1)} v_1$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{g_m r_d X_1 X_3}{-X_1(X_2 + X_3) + j r_d (X_1 + X_2 + X_3)}$$

=0が位相条件

振幅条件を考える

$$\frac{v_2}{v_1} = -\frac{g_m r_d X_3}{X_2 + X_3} \geq 1$$

$$g_m r_d \leq -\frac{X_2 + X_3}{X_3} = \frac{X_1}{X_3}$$

**発振条件**

$$X_1 + X_2 + X_3 = 0$$

$$g_m r_d \leq \frac{X_1}{X_3}$$

**発振器の名称**

$Z_1, Z_3$ が容量,  $Z_2$ がインダクタ  
→コルピッツ発振器

$Z_1, Z_3$ がインダクタ,  $Z_2$ が容量  
→ハートレー発振器

2.3. 負性抵抗型発振器

負性抵抗型の解析例を以下に示す. 図5の回路はドレイン接地のコルピッツ

発振器ともみなす事ができる. 入力抵抗が負になった時に発振する.

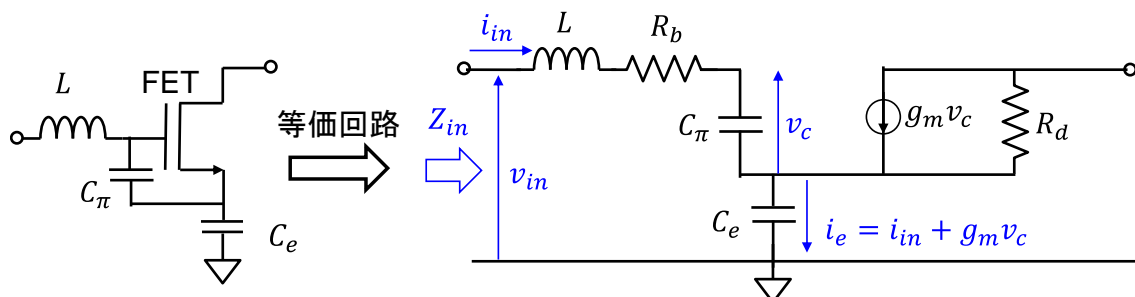


図5 負性抵抗型発振器の解析例

$$\begin{aligned}
v_{in} &= \left( j\omega L + R_b + \frac{1}{j\omega C_\pi} \right) i_{in} + \frac{1}{j\omega C_e} i_e \\
&= \left( j\omega L + R_b + \frac{1}{j\omega C_\pi} \right) i_{in} + \frac{1}{j\omega C_e} \left( i_{in} + g_m \frac{1}{j\omega C_\pi} i_{in} \right) \\
Z_{in} &= \frac{v_{in}}{i_{in}} = j\omega L + R_b + \frac{1}{j\omega C_\pi} + \frac{1}{j\omega C_e} \left( 1 + g_m \frac{1}{j\omega C_\pi} \right) \\
&= j\omega L + R_b + \frac{1}{j\omega C_\pi} + \frac{1}{j\omega C_e} - \frac{g_m}{(\omega C_\pi C_e)^2}
\end{aligned}$$

**発振条件**

$$\begin{aligned}
j\omega L + \frac{1}{j\omega C_\pi} + \frac{1}{j\omega C_e} &= 0 \\
R_b - \frac{g_m}{(\omega C_\pi C_e)^2} &< 0
\end{aligned}$$

## 2.4. 電圧制御発振器 (VCO)

発振器の共振器のキャパシタに可変容量ダイオード (バラクタ) を用いることで共振器の共振周波数をずらすことで発振周波数を変動させている。文献5の例では 1.5 GHz の VCO で 150 MHz (10%) 発振周波数を制御可能としている。バラクタはダイオードに逆バイアスを印加することで生じる空乏層を制御することで可変容量を実現している。

## 2.5. 発振器と位相雑音

発振器の特に重要な特性の一つに位相雑音がある。文字通り出力される信号の位相が雑音で変動するものである。図6に示すように出力されるスペクトラムは発振周波数付近にスカート状に膨らみを持ち、周波数変換時に妨害波も変換してしまい、欲しい信号が埋もれて SN 比が劣化するという問題がある。

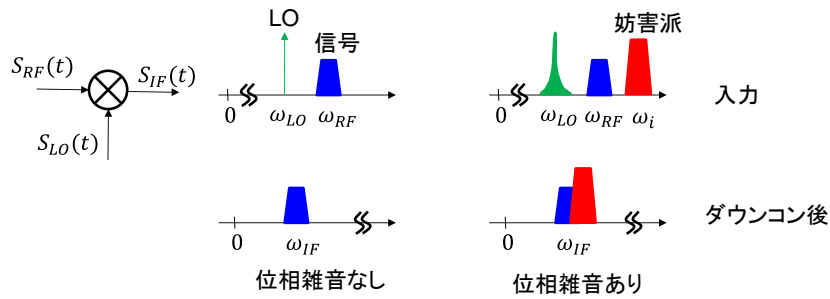


図6 発振器の位相雑音の影響

共振器の Q 値は式 1, 位相雑音を持つ系の特性は式 2 で表せる. これらの式からわかるように, 共振器の損失が小さいほど Q 値が高く, Q 値が高いほど位相雑音は小さくなる.

1 GHz を超える発振器は IC で作られる事が多いが, 共振器のインダクタ L を作る事がしばしば問題であった. IC 上に L を作るためにスパイラルインダクタが一般的であるが, 損失の大きいシリコン基板の真上の配線層で配線をぐるぐる引き回すものであり, インダクタの損失が大きく共振器の Q 値が低かった. そこで, IC に外付けで金の導線を接続し損失を減らす工夫がされている物もあった (文献 6).

$$Q = \frac{\text{共振周波数}}{-3\text{dB 帯域幅}} = 2\pi \frac{\text{1 周期に蓄えられたエネルギー}}{\text{1 周期に消費したエネルギー}} \quad (1)$$

$$\left| N(\omega) = \frac{1}{4Q^2} \left( \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \right)^2 \right| \quad (2)$$

## 参考文献

- [1] Razavi, Behzad, "RF Microelectronics"
- [2] David M. Pozar, "Microwave Engineering"
- [3] 知識の森, "4章 発振回路", [https://www.ieice-hbkb.org/files/01/01gun\\_07hen\\_04.pdf](https://www.ieice-hbkb.org/files/01/01gun_07hen_04.pdf)
- [4] 藤井信生, "集積回路化時代のアナログ電子回路"
- [5] L. Dauphinee, M. Copeland and P. Schvan, "A balanced 1.5 GHz voltage controlled oscillator with an integrated LC resonator," 1997 IEEE International Solids-State Circuits Conference. Digest of Technical Papers, 1997, pp. 390-391, doi: 10.1109/ISSCC.1997.585454.
- [6] J. Craninckx and M. S. J. Steyaert, "A 1.8-GHz CMOS low-phase-noise voltage-controlled oscillator with prescaler," in IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 30, no. 12, pp. 1474-1482, Dec. 1995, doi: 10.1109/4.482195.

# ハミング符号の訂正能力を シミュレーションで見てみた

JP7VTF

## 1. はじめに

ハミング符号は 1950 年にベル研究所のハミング氏によって考案された誤り訂正符号です。ブロックあたり 1 ビットの誤りを訂正できる誤り訂正符号であり、後発の誤り符号に比べると訂正能力は高くないですが、高速で処理することができます。今回はハミング符号について簡単に説明した後に、符号化・復号化プログラムの MATLAB での実装について紹介します。また、このプログラムを用いて行ったシミュレーションの結果を交えながら、BPSK 変調時におけるハミング符号の訂正能力について紹介します。

## 2. ハミング符号

ハミング符号のような線形符号は代数の性質を用いて符号化・復号化が行われています。ここでは、その基礎知識について簡単に説明した後にハミング符号の符号化・復号化のシミュレーション上での実装について説明します。



このとき、 $f(z)$ を割り切るような( $r(z) = 0$ となるような) $g(z)$ が存在しなければ(すなわち、 $f(z) = 0$ が  $\text{GF}(2)$ で根を持たないとき)、 $f(z)$ は既約であるといい、 $f(z)$ を既約多項式と呼びます。

ここでは例として、 $z^2 + z + 1$ を考えます。 $z^2 + z + 1$ は根として  $\text{GF}(2)$ の元を持ちません(なお、一般に馴染みのある体で考えてみると、実数体では根が存在しませんが、複素数体では $(-1 \pm \sqrt{3}i)/2$ という 2 つの根が存在します)。このため、 $z^2 + z + 1$ は  $\text{GF}(2)$ において既約多項式となります。

### 2.3 拡大体

$\text{GF}(2)$ 上の $m$ 次既約多項式 $f(z)$ の根の 1 つとして  $\alpha$  があるとします。 $f(z)$ は  $\text{GF}(2)$ では既約多項式なので、 $\alpha$  は  $\text{GF}(2)$ の元ではありません。この根  $\alpha$  を  $\text{GF}(2)$ に付け加えることで、新たな体を構成することができます。このような体を拡大体と呼び、 $\text{GF}(2^m)$ と表します。 $\text{GF}(2^m)$ の元 $\sigma$ は、 $a_i \in \text{GF}(2)$ として

$$\sigma = \sum_{i=0}^{m-1} a_i \alpha^i \quad (3)$$

で表すことができます。拡大体の元の数、 $2^m$ となります。

例として  $\text{GF}(2)$ 上の 2 次既約多項式 $z^2 + z + 1$ の根として $\alpha$ を考えると、 $\text{GF}(2^2)$ の元は  $\{0, 1, \alpha, \alpha + 1\}$ となります。なお、 $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$ より、 $\alpha^2 = \alpha + 1$ となるため、3 次以上の  $\alpha$ のべき乗は 2 次以下の元と同じであるとみなされます。



## 2.4 拡大体の和・積

拡大体  $\text{GF}(2^m)$  の元

$$A(\alpha) = \sum_{i=0}^{m-1} a_i \alpha^i \quad (4)$$

$$B(\alpha) = \sum_{i=0}^{m-1} b_i \alpha^i \quad (5)$$

の和は、

$$A(\alpha) + B(\alpha) = \sum_{i=0}^{m-1} (a_i + b_i) \alpha^i \quad (6)$$

で計算できます。また、積は、

$$A(\alpha) \cdot B(\alpha) = A(\alpha)B(\alpha) \bmod f(\alpha) \quad (7)$$

となり、多項式同士の積を取り、 $f(\alpha)$  で割ったときの剰余で定義されます。

## 2.5 拡大体のべき表現

有限体  $\text{GF}(2^m)$  のゼロではない元  $\gamma$  について、 $\gamma^e = 1$  を満たす最小の  $e$  を位数とよび、 $\text{ord}(\gamma)$  と表します。また、 $\text{GF}(2^m)$  において、 $\alpha$  の位数が  $2^m - 1$  であるとき、この根  $\alpha$  を原始元と呼びます。また、原始元を根として持つ既約多項式を原始多項式と呼びます。なお、原始元ではない元の位数は必ず  $2^m - 1$  の約数となります。したがって、 $\text{GF}(2^m)$  の任意の非ゼロ元  $a$  について、

$$a^{2^m-1} = 1 \quad (8)$$

が成り立ちます。たとえば、既約多項式  $z^2 + z + 1$  の根を  $\alpha$  とする場合、 $\alpha^1 = \alpha$ 、 $\alpha^2 = \alpha + 1$ 、 $\alpha^3 = 1$  となるため  $\text{ord}(\alpha) = 3$  となります。また、この  $\alpha$  は、 $\text{GF}(2^2)$  の原始元であり、 $z^2 + z + 1$  は原始多項式です。

0 を除く  $GF(2^m)$  の元は、原始元のべき乗で表すことができます。  $f(z)$  を  $m$  次の原始多項式とし、その根を  $\alpha$  とすると、そのべき乗  $\alpha^0, \alpha^2, \alpha^3, \dots, \alpha^{2^m-2}$  はすべて相異なります(もし  $\alpha^i = \alpha^j$  ( $1 \leq i < j \leq 2^m - 1$ ) が成り立つなら  $\alpha^{j-i} = 1$  が成り立ちますが、  $j - i < 2^m - 1$  より仮定  $\text{ord}(\alpha) = 2^m - 1$  に反するため)。さらに、拡大体  $GF(2^m)$  は  $2^m - 1$  個の元を持つため、  $\alpha^i$  ( $0 \leq i \leq 2^m - 2$ ) は拡大体  $GF(2^m)$  の非ゼロ元と一対一対応します。拡大体  $GF(2^m)$  の非ゼロ元を原始元  $\alpha$  のべき乗で表すことを拡大体のべき表現と呼びます。べき表現を使うと元同士の乗算・除算を、指数部の加算・減算で行うことができるという利便さがあります。一方で、(3)式のように  $\alpha$  の多項式で元を表すことを多項式表示と呼びます。こちらは、(6)式のように多項式の係数の加算・減算によって、元同士の加算・減算が行えるという利便さがあります。

有限体を用いた誤り訂正符号の符号化・復号化でも、べき表現と多項式表現の間の変換が使用されます。ここでは、べき表現と多項式表現の変換表を作成するプログラムについて説明します。リスト 1 にべき表現から多項式表現への変換表を返す関数を、リスト 2 に多項式表現からべき表現への変換表を返す関数を示します。リスト 1 では、べき表現の元を原始多項式で割ったときの剰余を求めることで多項式表現へ変換しています。リスト 2 ではリスト 1 で作成した変換表を用いて、逆変換用の表を作成しています。

リスト 1: べき表現から多項式表現への変換表を返す関数

```
function y = convIdx2VectorGF_m(m, primPoly)
%convTableGF_n
% GF(2^m)上でのべき表現から多項式表現への変換表を作成
% 引数
%   m : 原始多項式の次数
%   primPoly : 原始多項式
% 返値
%   y : (2^m-1) x m行列で、べき表現での指数部+1をインデックスとして行列の列
%       を読み出すとべき表現での値を行ベクトルとして返すような行列
y = zeros(2.^m-1, m);
for l=1:m
    y(l, end-l+1) = 1; % べき表現でもベクトル表現でも変わらない場合( $\alpha^i$ )
end
for l=(m+1):(2.^m-1)
    % べき表示と多項式表示では異なる場合( $\alpha^i$ の線形結合)
    temp = zeros(1, 2.^m-1);
    temp(1, end-l+1) = 1;
    temp = crcRemainder(temp, primPoly);
    y(l, :) = temp(1, (end - m + 1):end);
end
end
```

リスト 2: 多項式表現からべき表現への変換表を返す関数

```
function y = convVector2IdxGF_m(matIdx2Vector)
%convVector2IdxGF_m
% 引数
%   matIdx2Vector : べき表示から多項式表示への変換表
% 返値
%   y : 多項式表示を二進数として解釈し、それをインデックスとして読み出すと
%       べき表示の指数部を返すような列ベクトル。ただし、ベクトル表示での[0 0 ... 0]
%       はべき表示( $\alpha^n$ )に変換できないため、定義していない。
[L, N] = size(matIdx2Vector);
y = zeros(L, 1);
for l=1:L
    v = 0;
    for n=1:N
        v = v .* 2;
        v = v + matIdx2Vector(l, n);
    end
    if v > L
        disp('error');
        return;
    end
    y(v, 1) = l-1;
end
end
```

## 2.6 ハミング符号の生成行列と検査行列

ハミング符号は符号語あたり 1 つの誤りを訂正できる誤り訂正符号です。ハミング符号のような線形符号の符号語は送りたい情報を表すベクトルと生成行列と呼ばれる行列との積で計算することができます。また、誤り訂正を行う際には、受信語(符号語そのもの、あるいは符号語に誤りが生じているもの)と検査行列と呼ばれる行列との積を計算し、どこに誤りが生じたかを推定します。本節では、これらの生成行列と検査行列を求める方法について説明します。

$m$ 次の原始多項式  $G(z)$  と、その原始元を  $\alpha$  します。また、符号長を  $n = 2^m - 1$  とし、次数  $k (= n - m)$  次の情報多項式  $I(z)$ (誤り訂正符号にする前の情報)とすると、

$$I(z) = A_{k-1}z^{n-1} + A_{k-2}z^{n-2} + \cdots + A_1z^{m+1} + A_0z^m, \quad A_i \in GF(2) \quad (9)$$

と表すことができます。また、 $I(z)$  を  $G(z)$  で割ったときの余りを  $M(z)$  とすると、

$$M(z) = B_{m-1}z^{m-1} + B_{m-2}z^{m-2} + \cdots + B_1z + B_0, \quad B_i \in GF(2) \quad (10)$$

という  $m - 1$  次の多項式で表すことができます。 $I(z)$  と  $M(z)$  を用いてハミング符号  $F(z)$  は、

$$\begin{aligned} F(z) &= I(z) + M(z) \\ &= A_{k-1}z^{n-1} + A_{k-2}z^{n-2} + \cdots + A_1z^{m+1} + A_0z^m \\ &\quad + B_{m-1}z^{m-1} + B_{m-2}z^{m-2} + \cdots + B_1z + B_0 \end{aligned} \quad (11)$$

で表されます。なお、(11)式の多項式の係数のみを取り出してベクトル形式で表すと、

$$(A_{k-1}, A_{k-2}, \cdots, A_1, A_0, B_{m-1}, B_{m-2}, \cdots, B_1, B_0) \quad (12)$$

となり、 $k + m = n$  ビットの系列になります。ハミング符号  $F(z)$  は、原始多項式  $G(z)$  (このような役割を担う多項式を生成多項式と呼ぶ)の倍数となっています。

詳しい説明は省略しますが、ハミング符号では線形性が成り立ちます。上記の説明では多項式を用いて符号語の計算を行いましたが、行列を用いて情報ベクトルを符号語に変換することも可能です。符号語  $x$  ((12)式)、情報ベクトルを

$$\mathbf{m} = (A_{k-1}, A_{k-2}, \dots, A_1, A_0) \quad (13)$$

とし、 $k$ 行  $n$ 列の行列  $G$  (生成行列と呼びます)を用いて、

$$\mathbf{x} = \mathbf{m}G \quad (14)$$

と表すことができます。行列  $G$  の要素について考えてみると、 $\mathbf{x}$  ((12)式)の先頭から  $k$ 要素分は  $\mathbf{m}$  と同じになります。このため、 $k$ 行  $k$ 列の単位行列を  $I_k$ とし、 $P$  を  $k$ 行  $(n-k)$ 列の行列とすると、

$$G = (I_k P) \quad (15)$$

となります。なお、符号語に情報ベクトルがそのまま表れるような符号を組織符号と呼びます。行列  $P$  については、行列  $G$  の行ベクトルが符号語となるように決定します。すなわち、 $I_k$ の行ベクトルを情報ベクトルとしたときに(10)式に対応する行ベクトルを計算し、 $P$ の該当する行の行ベクトルとします。生成行列を求めるプログラムをリスト 3 とリスト 4 に示します。リスト 3 は  $I(z)$  を  $G(z)$  で割ったときの余り  $M(z)$  を求めるための関数です。リスト 4 は生成行列  $G$  を求める関数です。上記の処理をそのまま実装しています。

### リスト 3: 剰余を求める関数

```
function y = crcRemainder(data, poly)
% 2元有限体の係数を持つ多項式の除算を行う
% 入力
% data : logical型配列 データ
% poly : logical型配列 既約多項式
l_data = length(data);
l_poly = length(poly);
for m=0:(l_data-l_poly)
    if data(1,m+1) == 1
        data(1,(m+1):(m+l_poly)) = xor(data(1,(m+1):(m+l_poly)), poly);
    end
end
y = data;
end
```

### リスト 4: 生成行列および検査行列を生成する関数

```
function [G,H] = genMatrixHammingCode(m, primPoly)
% (2m-1, 2m-1-m) ハミング符号の生成行列と検査行列を生成
% 引数
% m : 原始多項式(生成多項式)の次数
% primPoly : m次の原始多項式(例:[1 1 0 1]なら、x3+x2+1)
% 返値
% G : 生成行列((2m-1-m, 2m-1)行列)
% H : 検査行列((2m-1-m, 2m-1)行列)

% 生成行列の生成
G = eye(2.m-1-m, 2.m-1);
for n=1:(2.m-1-m)
    G(n,:) = G(n,:) + crcRemainder(G(n,:), primPoly);
end

% 検査行列の生成
H = G(:, (2.m-m):end) * eye(m, m);
H = [H; eye(m, m)];
H = H';
End
```

さて、符号化の説明は終わったので、ここからは復号化について説明します。符号語  $F(z)$

に  $z = \alpha$  を代入した  $F(\alpha)$  を計算してみると、 $F(z)$  は  $G(z)$  の倍数であり、 $G(z)$  は根とし

て  $\alpha$  を持つため、以下が成り立ちます。

$$F(\alpha) = I(\alpha) + M(\alpha) = M(\alpha) + M(\alpha) = 0 \quad (16)$$

では、このハミング符号を伝送し、途中で $i$ ビット目( $0 \leq i \leq (n-1)$ )が1ビットだけ反転したとします。これを多項式  $E(z) = z^i$  で表し、誤り多項式と呼ぶことにします。

1ビットの誤りを含む受信多項式は、

$$D(z) = F(z) + E(z)$$

となります。この  $D(z)$  に  $z = \alpha$  を代入してみると、

$$D(\alpha) = F(\alpha) + E(\alpha) = 0 + \alpha^i = \alpha^i \quad (17)$$

となります。すなわち、誤りがないときは  $D(\alpha) = F(\alpha) = 0$ 、誤りがあるときは  $D(\alpha) \neq 0$  となり、誤り検出が可能です。また、1ビットの誤りがある場合、 $D(\alpha)$  の  $\alpha$  を底としたときの指数を調べることで、何ビット目に誤りがあるかがわかり、これをビット反転することで誤り訂正が行えます。なお、一般に、受信語 $D(z)$ に原始元のべき乗  $\alpha^j$  を代入した

$$S_j = D(\alpha^j) \quad (18)$$

はシンδροームと呼ばれます。

符号語と同様に、シンδροームも行列を用いて計算することが出来ます。受信語を  $y$  ( $n$  列の行ベクトル)、シンδροーム  $s_1$  ( $n$  行の列ベクトル)を多項式表示したものを  $s$ 、 $m$  行  $n$  列の行列  $H$  (検査行列と呼ぶ)を考えたとき、

$$s = Hy^t \quad (19)$$

であるとして、なお、検査行列  $H$  について、 $m$  行  $k$  列の行列  $Q$  を用いて

$$H = (I_m \quad Q) \quad (20)$$

であるとして、

符号語の場合、シンδροームは 0 となるため、(19)式の両辺の転置を取ったうえで(14)式を代入すると、

$$s^t = xH^t = mGH^t = \mathbf{m} \begin{pmatrix} I_k & P \\ & I_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q \\ I_m \end{pmatrix} = \mathbf{m}(I_k Q + P I_m) = 0 \quad (21)$$

となります。

$G$  と  $H$  の間には、

$$GH^t = \begin{pmatrix} I_k & P \\ & I_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q \\ I_m \end{pmatrix} = (I_k Q + P I_m) = 0 \quad (22)$$

の関係が成り立ちます。 $G$  が与えられると  $I_k$ 、 $P$ 、 $I_m$  が既知となるため、(22)式を用いて生成行列から検査行列を求めることができます。リスト 4 の後半では(22)式を用いて検査行列を計算しています。検査行列を用いることで多項式表現のシンδροームを計算できます。これをベキ表現に変換することで誤りの生じている箇所を見つけることができます。

## 3. BPSK

### 3.1 原理

PSK は Phase Shift Keying (位相偏移変調)の略で、基準信号との位相差を用いて情報を表す変調方式です。BPSK (Binary Phase Shift Keying)では基準信号と同相の場合と逆相の場合にそれぞれ「1」と「0」を割り当て、1 シンボルあたり 1 ビットを伝送することが可能です。図 1 に「1010」という系列を送った際の BPSK 信号を示します。



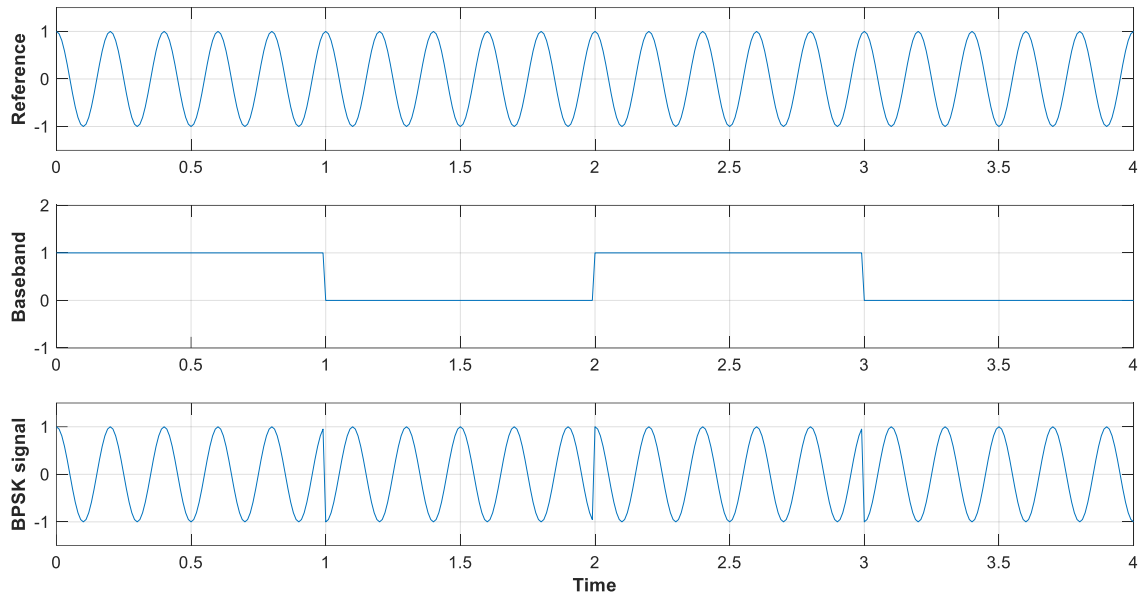


図 1: BPSK の変調の様子

(上:基準信号、中:「1010」というビット系列、下:BPSK 信号)

各周波数  $\omega$  の複素正弦波に対して、 $x(t)$  というバイナリ系列で BPSK 変調すると、時間  $t$  における変調後の信号は(23)式で表すことができます。

$$y(t) = A \exp(j\omega t + j\pi\{x(t) - 1\}) \quad (23)$$

復調については、BPSK 信号に対して、 $\exp(-j\omega t)$ の信号を掛け、出てきた信号の極性を判定することで実現可能です。これは(24)式で表すことができます。

$$z(t) = y(t) \times \exp(-j\omega t) = A \exp(j\pi[x(t) - 1]) \quad (24)$$

$x(t) = 0$ で $z(t) = -1$ 、 $x(t) = 1$ で $z(t) = 1$ となります。次に、AD コンバータを用いて、この信号を離散時間信号に変換する場合があります。

サンプリング間隔を  $T$  とすると、サンプリングのタイミングは、 $t = nT$  となり、サンプリング後に得られる離散時間信号  $z(n)$  は以下ようになります。

$$z(n) = A \exp(j\pi[x(nT) - 1]) \quad (25)$$

この信号を複素平面上に描画すると図2のようになります(このように変調信号のシンボルを複素平面上にプロットした図はコンステレーションダイアグラムと呼ばれ、実数成分は In-phase 成分、虚数成分は Quadrature 成分と呼ばれます)。  $\text{Re}[z(n)] < 0$  なら“0”、そうでなければ“1”と判別します。

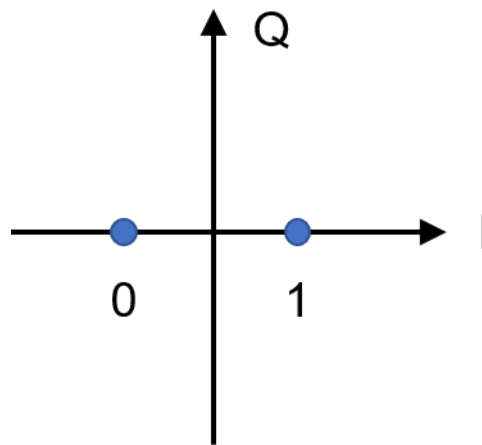


図 2: コンステレーションダイアグラム

### 3.2 雑音による劣化

通信システムの伝送路や受信器では必ず雑音が発生します。雑音によって変調信号が歪み、受信時に誤ってシンボルを判定してしまうことがあります。どの程度の誤りが生じるかは「誤り率」を用いて表されます。誤り率は雑音の性質や信号電力と雑音電力の比(SNR: Signal to Noise Ratio)に依存します。ここでは、雑音として加法性白色ガウス雑音(AWGN:

Additive White Gaussian Noise)を仮定したときの BPSK 変調における誤り率について考えてみます。

AWGN は、通信工学で使用される基本的な雑音モデルであり、周波数帯域全体にわたって電力スペクトル密度が一定(白色性)で、雑音の振幅値がガウス分布になります。(26)式に分散を  $\sigma$ 、平均値を  $\mu$  としたときのガウス分布における確率密度関数を示します。

$$p(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (26)$$

なお、ガウス雑音のみ(すなわち  $\mu = 0$ )の信号の電力は分散  $\sigma^2$  に一致します。

次に、このガウス雑音が BPSK 信号に重畳した際のビット誤り率への影響について考えてみます。ビット誤り率とは、受信した全ビット数に対する受信側で誤ってビット判定を行ってしまったビット数の比率です。はじめに BPSK 信号にガウス雑音が重畳しているときの In-phase 成分の確率密度分布を図 3 に示します。図 3 中の塗りつぶしは、雑音によって誤りが発生してしまう領域を表しています。0 を 1 と誤る確率を  $P_0$ (オレンジ色で塗りつぶされた領域の面積)、1 を 0 と誤る確率を  $P_1$ (青色で塗りつぶされた領域の面積)とすると、 $P_0 = P_1$  です。また、“0”および“1”のシンボル点が送られてくる確率が 1/2 であると仮定すれば、ビット誤り率  $P$  は  $P = \frac{P_0}{2} + \frac{P_1}{2} = P_0$  となります。

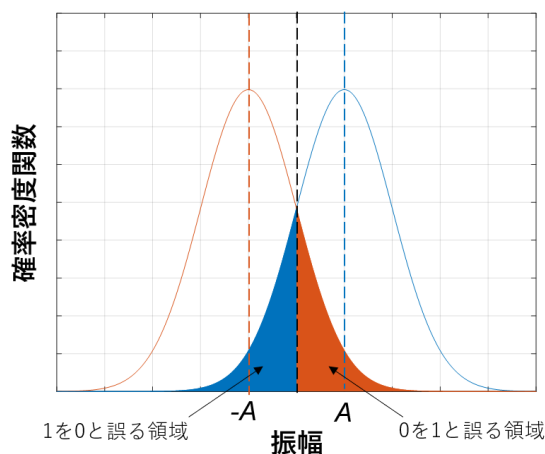


図 3: BPSK 信号にガウス雑音を重畳させたときの雑音の確率密度分布

このときのビット誤り率  $P$  は、補誤差関数

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-t^2) dt \quad (27)$$

を用いて、(28)式から求められます。

$$\begin{aligned} P &= \int_0^{\infty} p(x, A, \sigma) dx \\ &= \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-A)^2}{2\sigma^2}\right) dx \\ &= \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{\frac{A}{\sqrt{2}\sigma}}^{\infty} \exp(-t^2) dt \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{A^2}{2\sigma^2}}\right) \end{aligned} \quad (28)$$

ここで、1 ビットあたりの SNR である  $E_b/N_0$  を導入すると、

$$\frac{A^2}{2\sigma^2} = \frac{E_b}{N_0} \quad (29)$$

であるため、(28)式は以下ようになります。

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (30)$$

### 3.3 シミュレーション

ここでは複素ベースバンド信号を用いた具体的なシミュレーションの手法を説明します。やり方はいたって簡単で、BPSK 信号を生成後に、ある電力の雑音を付与した上で復調し、変調に使用したバイナリ系列とシンボル判定後に得られたバイナリ系列を比較してどの程度の割合の誤りが発生しているか計算します。プログラム上で波形を生成する場合、離散時間信号を取り扱うこととなります。この時、図 1 のように 1 シンボルに対して複数の点のサンプル点を用いてもよいのですが、この場合はメモリや計算時間など多くのリソースを消費します。実際にシンボル判定に用いるのは 1 シンボルにつき 1 サンプルとなるので、最低限 1 シンボルあたり 1 サンプルあれば誤り率の計算は可能です。今回は 1 サンプル/シンボルとした(25)式の複素ベースバンド信号に対して雑音を付与し、その信号を復調したときのビット誤り率を求めています。具体的なプログラムをリスト 5 に示します。

#### リスト 5: BPSK 伝送時の BER のシミュレーション

```
% BSPKのSNRに対するBER
% テストパターンとして2^23 - 1 PRBSを生成
bb = PRBS23();
Lbb = length(bb);
% 複素ベースバンド信号に変換
IQsend = 2.*bb - 1;

% 各SNRにおけるBERの計算
listBER = [];
for EbNO=0:10
    disp(EbNO);
    % 雑音の付与
    Vn = -EbNO;
    IQnoise = wgn(1, Lbb, Vn-3) + i.*wgn(1, Lbb, Vn-3);
```

```

IQ = IQsend + IQnoise;

decodedwo = (real(IQ) > 0); % シンボル判定

% BERカウント
BERwo = sum(mod(decodedwo + bb, 2)) ./ Lbb;
listBER = [listBER; EbNO BERwo];
end

figure;
semilogy(listBER(:, 1), listBER(:, 2), 'bx'); hold on;
grid;
xlabel('E_b/N_0 [dB]');
ylabel('Bit error rate');

EbNOtheory = 0:0.1:10;
BERtheory = qfunc(sqrt(2.*(10.^(EbNOtheory./10)))));
semilogy(EbNOtheory, BERtheory, 'b--');

```

このプログラムでは、初めに複素ベースバンド信号を生成しています。説明は省略しますが、ベースバンド信号としては  $2^{31}-1$  の周期性を持つ疑似バイナリランダム系列(PRBS: Pseudo-Random Binary Sequence)を用いています(付録にプログラムを掲載)。次に、関数 `wgn()`を用いてガウス雑音を生成し、変調信号に重畳します。この雑音も複素信号となっていて、In-phase 成分、Quadrature 成分のそれぞれに対して全電力の半分の電力を振り分けています。最後にシンボル判定を行います。雑音電力を変えながら上記の処理を繰り返します。図 4 にシミュレーションにより求めた BPSK 伝送におけるビット誤り率の SNR 依存性を示します。図 4 では(30)式で求めた理論値も合わせて示していますが、よく一致していることがわかります。このように、シミュレーションを用いてビット誤り率を求めることが可能です。

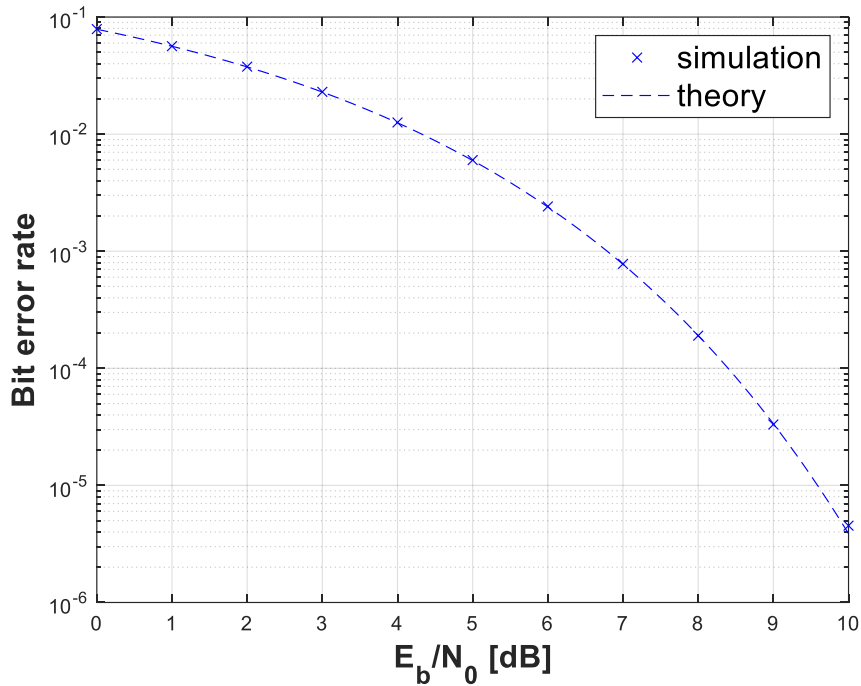


図 4: BPSK 伝送における BER の SNR 依存性

## BPSK 伝送における(7,4)ハミング符号の訂正能力

前節までに説明したハミング符号のエンコード・デコードプログラムおよび BPSK 伝送のシミュレーションプログラムを組み合わせ、BPSK 伝送におけるハミング符号の訂正能力を計算してみます。今回、生成多項式の次数は $m = 3$  とし、符号長は $n = 2^m - 1 = 7$ としました。すなわち、1 シンボルあたり $k = n - m = 4$  ビットの情報を送ることが出来ます。リスト 6 に示します。このプログラムの処理は前節までに示したプログラムを組み合わせただけです。

リスト6: 誤り訂正を用いた BPSK 伝送のシミュレーションプログラム

```

% (7, 4)ハミング符号の符号化・復号化
%  $x^3+x+1$ を原始多項式とする有限体GF( $\alpha^8$ )のべき表現と多項式表現の変換表作成
convMatI2V = convIdx2VectorGF_m(3, [1 0 1 1]); %指数表現での指数部+1をイン
デックスとして行列の列を読み出すと多項式表現での値を行ベクトルとして返すよ
うな行列
convMatV2I = convVector2IdxGF_m(convMatI2V); % 多項式表現の系列を2進数とし
て解釈し、インデックスとして使用
% 原始多項式 $x^3 + x + 1$ から生成行列と検査行列を生成
[G, H] = genMatrixHammingCode(3, [1 0 1 1]);
% テストパターンとして $2^{23} - 1$  PRBSを生成
bb = [PRBS23 0]; %  $2^{23}-1$ この系列なので、4の倍数にするために最後に0を足す
Lbb = length(bb);
% 符号化
bbFEC = zeros(1, length(bb) ./ 4. * 7);
LbbFEC = length(bbFEC);
for n = 1:(length(bb) ./ 4)
    bbFEC(1, (1+7. *(n-1)):(7. *n)) = mod(bb(1, (1+4. *(n-1)):(4. *n)) * G, 2);
end

% 複素ベースバンド信号に変換
IQsend = 2. *bbFEC - 1;

% 各SNRIにおけるBERの計算
listBER = [];
for EbN0=0:10
    disp(EbN0);
    % 雑音の付与
    Vn = -EbN0;
    IQnoise = wgn(1, LbbFEC, Vn-3) + i. *wgn(1, LbbFEC, Vn-3);
    IQ = IQsend + IQnoise;

    % 復調
    decodedw = zeros(1, Lbb); % FECを用いた時の復号化後の情報
    decodedwo = zeros(1, Lbb); % FECを用いない時の情報
    for n = 1:(LbbFEC./7)
        senseword = (real(IQ(1, (1+7. *(n-1)):(7. *n))) > 0); % 符号を読み出す
        decodedwo(1, (1+4. *(n-1)):(4. *n)) = senseword(1, 1:4); % FECなしの場
        合の読みだした情報
        h = mod(H * senseword', 2)'; % シンドロームの計算
        if (sum(h) ~= 0) % 誤りが含まれる場合
            errIdx=convMatV2I(4. *h(1, 1)+2. *h(1, 2)+h(1, 3), :); % べき表示へ
            変換
            senseword(1, 7-errIdx) mod(senseword(1, 7-errIdx)+1, 2); % 1ビット
            訂正
        end
        decodedw(1, (1+4. *(n-1)):(4. *n)) = senseword(1, 1:4); % 復号系列
    end
end

% BERカウント
BERwo = sum(mod(decodedwo + bb, 2)) ./ Lbb;
BERw = sum(mod(decodedw + bb, 2)) ./ Lbb;

```



```

    listBER = [listBER; EbNO BERwo BERw];
end

figure;
semilogy(listBER(:, 1), listBER(:, 2), 'bx'); hold on;
grid;
semilogy(listBER(:, 1), listBER(:, 3), 'o');
xlabel('E_b/N_0 [dB]');
ylabel('Bit error rate');

EbNOtheory = 0:0.1:10;
BERtheory = qfunc(sqrt(2.*(10.^(EbNOtheory./10))));
semilogy(EbNOtheory, BERtheory, 'b--');

```

また、リスト 6 を実行することで得られる、BPSK とハミング符号を組み合わせた際のビット誤り率の SNR 依存性を図 5 に示します。なお、図 5 では誤り率訂正を行わない場合のビット誤り率も示しています。同じ SNR において両者を比較すると、ハミング符号を用いたほうが誤り率は低いことがわかります。また、ハミング符号を用いたほうが、より低い SNR であっても同等のビット誤り率となっています。なお、このときの SNR の差は符号利得と呼ばれます。今回用いたハミング符号の場合、たとえば  $4 \times 10^{-6}$  付近で比較すると符号利得は 3 dB 程度あります。

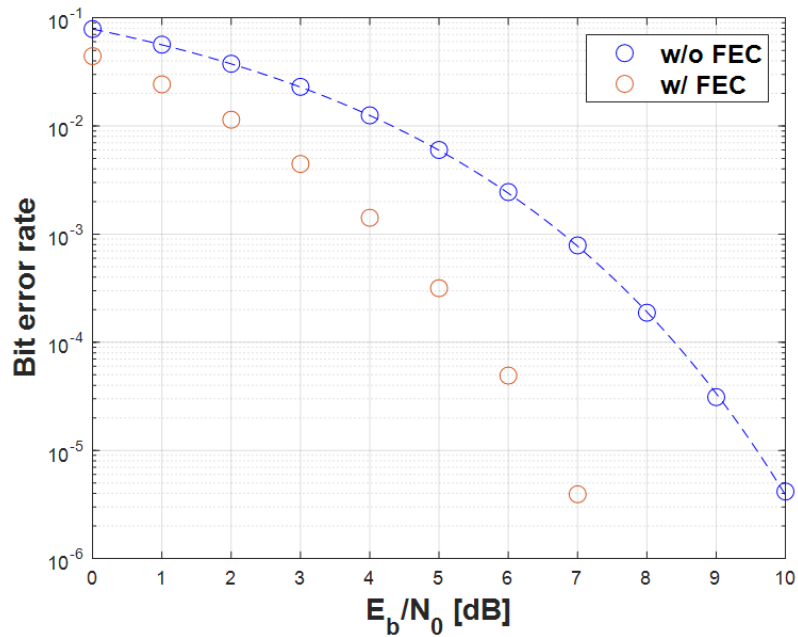


図 5: SNR に対する誤り訂正なしでの BER と誤り訂正後の BER の比較

(○はシミュレーションの結果、破線は理論曲線)

## まとめ

BPSK 伝送で(7,4)ハミング符号を用いた際の誤り訂正能力について、プログラムの説明を踏まえながら、シミュレーションを行いました。

## 参考文献

- [1] 西村芳一, “データの符号化技術と誤り訂正の基礎,” 2010, CQ 出版社.
- [2] 和田山正, “誤り訂正技術の基礎,” 2010, 森北出版.

# 付録

## 付録 1 $2^{31}-1$ PRBS の生成

書面の都合上詳細は省略しますが、プログラムは以下のようになります。

### リスト 7: PRBS の生成

```
function y = PRBS23()
% PRBS23の生成
% 引数 なし
% 返値 1 x (2^23-1) logical型
LFSR = logical(zeros(1,23));
LFSR(1) = logical(1);
for k = 1:(2^23 - 1)
    % シフトレジスタを1ビットシフト
    ShiftLFSR(2:23) = LFSR(1:22);

    % 生成多項式 x^23+x^18+1
    ShiftLFSR(1) = xor(LFSR(23), LFSR(18));
    LFSR = ShiftLFSR;

    % 出力
    y(k) = LFSR(1);
end
end
```

# 編集後記

■本誌初投稿の K2 です。初めての部誌の執筆でつたない部分やアマチュア無線に対する知識が少ないなどの問題も多々ありますが、私の記事を読んで少しでもアマチュア無線に興味を持っていただければ幸いです。

■フィールドデーコンテストの報告を書いた、部員 K です。今年度は、感染症の影響でしばらく行っていなかった移動運用でのコンテストを行うことができました。

私の記事で弊部の活動について少しでも知っていただければ幸いです。

今後も、アマチュア無線家の皆様にお空でお会いできることを楽しみにしています。

■急に学祭に出るということで慌てて書くことになりました、リーです。今年は割と忙しく最後の方は適当な内容になってしまったかもしれませんが楽しんでいただければ幸いです。

次回の部誌も楽しみに待っていて下さい。

■JP7VTF です。毎度話が長くてすいません。

■この部誌を編集するのも、もう五回目かつ一周年ということで本当部員の皆様と読者の皆様に支えられていたと思い感謝しかありません。編集長をさせて頂きました富沢いずみです。今回も前回に引き続き歴史的記事を書かせて頂きました。来年度も当部及び部誌をよろしく願います。

とうほくだいがく

あまちゅあむせんぶ

**Tohoku University**

**Amateur Radio Club**

**2021.11 @JA7YAA**

